

Mecánica Estadística

Evaluación continua. Primer control

21/03/2024

Problemas

Nota: Debe elegirse uno de los dos ejercicios propuestos a continuación.

1. *Modelo de Boltzmann: colectividad microcanónica.* Un modelo usado por Boltzmann para ejemplificar de modo sencillo la colectividad microcanónica es el siguiente. Se lanzan N dados idénticos sobre una mesa y se estudia la probabilidad de obtener cada una de las posibles caras p_i ($i = 1, \dots, 6$) en microestados $\{n_i\} = (n_1, \dots, n_6)$ en los que se mantiene constante el número de puntos. Calcúlese:
 - a) (3 puntos) Escribese el número de configuraciones totales de los N dados en un microestado dado $\{n_i\}$, $\Gamma\{n_i\}$, donde n_i representa el número de dados con resultado i .
 - b) (2 puntos) Escribese la entropía de la configuración $\{n_i\}$ usando la aproximación de Stirling.
 - c) (2 puntos) Escribese la condición de constancia del número de puntos y la expresión de la lagrangiana del sistema como funcional de la distribución $\{n_i\}$, $L(\{n_i\})$.
 - d) (3 puntos) Usando el principio de entropía máxima de Jaynes calcúlese la distribución de probabilidad óptima que podemos asignar a las diferentes caras de los dados, $p_i^* = n_i^*/N$.
2. *Cadena unidimensional en contacto con un termostato a la temperatura T .* Consideremos una cadena unidimensional formada por N eslabones localizados e independientes de longitud l y momento dipolar eléctrico p , cada uno de los cuales puede adoptar dos configuraciones \pm en contacto térmico con un termostato a la temperatura T . En presencia de un campo eléctrico E las energías de estas configuraciones son $\epsilon_{\pm} = \epsilon_0 \mp pE$
 - a) (3 puntos) Utilizando la ecuación maestra con probabilidades de transición por unidad de tiempo ω_{+-} y ω_{-+} , escribese una ecuación para la evolución temporal de la longitud media de la cadena durante su relajación hacia el equilibrio.
 - b) (2 puntos) Resuélvase la ecuación anterior e identifíquese la longitud media de equilibrio predicha por este resultado en función de las probabilidades de transición por unidad de tiempo.
 - c) (3 puntos) Obténgase a partir del resultado del apartado anterior la longitud media de la cadena en equilibrio como función de la temperatura. ¿Cuál es el valor de ésta en ausencia de campo eléctrico?
 - d) (2 puntos) Calcúlese la función de partición del sistema y su energía interna.